高等学校【数　学】正解・解答例

1

（1）①，②，④　$\boxed{\text{完答}}$

（2）①　ＩＣＴ　　②　個別化　　③　個性化

（3）①　ウ　　②　キ　　③　オ　　④　ク

配点：（1）2点、（2）各2点×3、（3）各3点×4　　$\boxed{\text{２０点}}$

2

（1）①　16　　②　$\sqrt{3}$

（2）　$k=1,\ 2,\ 5$

（3）　$a=1,\ 3$

（4）①　2　　②　3

（5）①　$25\left(\dfrac{1}{6}\right)^{n-1}$　　②　30

（6）①　10　　②　カ

配点：（1）各5点×2、（2）１０点、（3）１０点、（4）各5点×2、
（5）各１０点×2、（6）各１０点×2　　$\boxed{\text{８０点}}$

3

①　$\dfrac{1}{216}$　　②　$\dfrac{5}{18}$　　③　$\dfrac{35}{216}$　　④　$\dfrac{671}{216}$

配点：①5点、②5点、③5点、④１０点　　$\boxed{\text{２５点}}$

4

(1) $\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{4+8i}{7+4i}=\dfrac{(4+8i)(7-4i)}{(7+4i)(7-4i)}=\dfrac{12+8i}{13}$

$\left|\dfrac{\alpha}{\beta}\right|=\sqrt{\left(\dfrac{12}{13}\right)^2+\left(\dfrac{8}{13}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{13}}{13}$

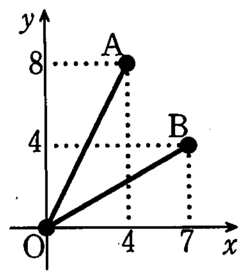
よって，$\dfrac{\alpha}{\beta}$ を極形式で表すと，$\cos\theta'=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$，$\sin\theta'=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$ （$0<\theta'<\dfrac{\pi}{2}$）として

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{4\sqrt{13}}{13}\left(\frac{3}{\sqrt{13}}+\frac{2}{\sqrt{13}}i\right)=\frac{4\sqrt{13}}{13}(\cos\theta'+i\sin\theta')$$

である。したがって，点Aは点Bを点Oを中心に θ' 回転してOからの距離を $\dfrac{4\sqrt{13}}{13}$ 倍した点であり，これより $\theta=\theta'$ である。

ゆえに θ について，$\cos\theta=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$，$\sin\theta=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$ (答) $\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

(2) (例1) O(0,0)，A(4,8)，B(7,4) とみなせる。

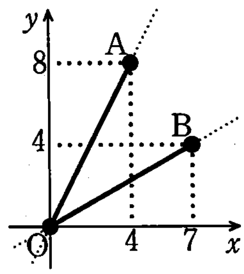


$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|}=\frac{4\times7+8\times4}{\sqrt{4^2+8^2}\sqrt{7^2+4^2}}=\frac{3}{\sqrt{13}}$$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ において $\sin\theta\geqq0$ であるから，

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)^2}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$$ (答)

(例2) O(0,0)，A(4,8)，B(7,4) とみなせる。



直線OA，直線OBと x 軸の正の向きとのなす角をそれぞれ α，β とおくと，$\tan\alpha=\dfrac{8}{4}=2$，$\tan\beta=\dfrac{4}{7}$

したがって，$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{2}{3}$

$0\leqq\theta\leqq\pi$，$\tan\theta>0$ であるから，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ で，$\cos\theta>0$

$\cos^2\theta=\dfrac{1}{1+\tan^2\theta}=\dfrac{9}{13}$ より，$\cos\theta=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$

$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta=\dfrac{3}{\sqrt{13}}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$ (答)

(3) $\dfrac{13\sqrt{5}}{6}$

配点：（１）１０点、（２）１０点、（３）１０点　　$\boxed{30点}$

5

（1）　① $\dfrac{-16x}{(x^2+3)^2}$　② $\dfrac{48(x-1)(x+1)}{(x^2+3)^3}$　③ $(1,2)$　④ $-x+3$

（2）　$x=\sqrt{3}\tan\theta$ とおく。$\dfrac{dx}{d\theta}=\dfrac{\sqrt{3}}{\cos^2\theta}$ である。

x と θ との対応は

x	$0 \to 1$
θ	$0 \to \dfrac{\pi}{6}$

したがって,

$$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{8}{3\tan^2\theta+3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cos^2\theta}d\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot\cos^2\theta\cdot\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{8\sqrt{3}}{3}d\theta=\left[\frac{8\sqrt{3}}{3}\theta\right]_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{4\sqrt{3}}{9}\pi \quad \text{(答)}$$

（3）　$\dfrac{1}{2}$

配点：（1）各5点×4、（2）１５点、（3）１０点　$\boxed{45点}$